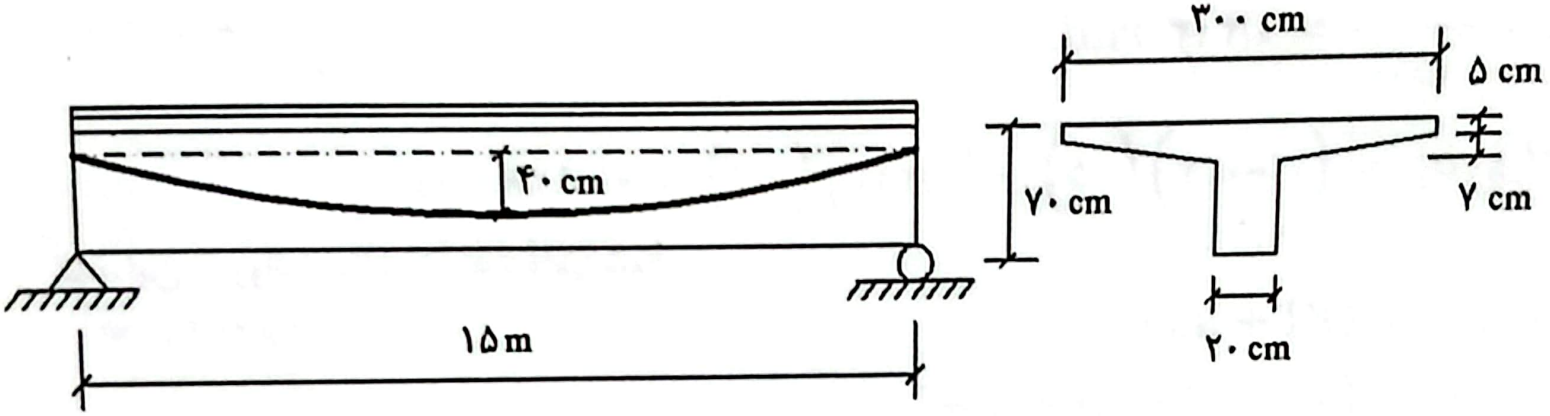
**مثال ۲-۲ :** تیر نشان داده شده در شکل توسط ۲۵ عدد استراند (سیم بافته شده) به قطر ۰/۳۷۵ in $\left(۹/۵۳\ mm\right)$ گرید ۲۵۰ به صورت پس‌کشیده پیش‌تنیده می‌گردد. نیروی پیش-تنیدگی جک $P_j = ۱۵۰\,t$ است که ۲۸ روز پس از بتن‌ریزی و عمل‌آوری بتن به وسیله آب به طور همزمان به عضو وارد می‌شود. مقدار لغزش کابل در گیره برای دستگاه مهاری مورد استفاده ۲/۵ $mm$ است. ضرایب اصطکاک کابل و غلاف $k = ۰/۰۰۳۳\ ۱/m$ و $\mu = ۰/۲$ می‌باشند. بار مرده $۰/۱۵\ t/m$ علاوه بر وزن تیر و بار زنده $۰/۶\ t/m$ است که ۵۰٪ آن را می‌توان به عنوان بار زنده دائمی در نظر گرفت، $f'_c = ۳۵۰\ kg/cm^۲$.

مقادیر اتلاف تنش‌ها و نیروهای پیش‌تنیدگی اولیه و موثر را در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی به دست آورید.



ابتدا مشخصات مقطع شامل مساحت، محل تارخنثی و ممان اینرسی آن به دست می‌آید.

$$A_c = (۳۰۰)(۵) + (۱۴۰)(۷) + (۲۰)(۶۵) = ۳۷۸۰\ cm^۲$$

$$(۳۰۰)(۵)(۲/۵) + ۲\left(\frac{۱}{۲}\right)(۱۴۰)(۷)\left(۵+\frac{۷}{۳}\right) + (۲۰)(۶۵)\left(۵+\frac{۶۵}{۲}\right) = (۳۷۸۰)\,\bar{x} \qquad \bar{x} = ۱۵/۸\ cm$$

$$I_g = \frac{(۳۰۰)(۵)^۳}{۱۲} + (۳۰۰)(۵)(۱۵/۸ - ۲/۵)^۲ + ۲\left[\frac{(۱۴۰)(۷)^۳}{۳۶} + \frac{۱}{۲}(۷)(۱۴۰)\left(۱۵/۸ - ۵ - \frac{۷}{۳}\right)^۲\right] + \frac{(۲۰)(۶۵)^۳}{۱۲} + (۲۰)(۶۵)(۳۷/۵ - ۱۵/۸)^۲ = ۱۴۱۱۲۴۴\ cm^۴$$

**اتلاف تنش‌های کوتاه مدت:**

۱) لغزش کابل در گیره

$$\Delta f_{anc} = \frac{۲/۵}{۱۵\times۱۰^۳}\left(۱/۹\times۱۰^۶\right) = ۳۱۷\ \ kg/cm^۲$$

۲) تغییرشکل ارتجاعی عضو

کابل‌ها به طور همزمان کشیده می‌شوند.

$$\Delta f_{el} = ۰$$

۳) اصطکاک

$$\alpha = \frac{۸(۴۰)}{۱۵۰۰} = ۰/۲۱۳\ rad.$$

$$kl + \alpha\mu = (۰/۰۰۳۳)(۱۵) + (۰/۲۱۳)(۰/۲) = ۰/۰۹۲۱ < ۰/۳$$

بنابراین از روابط ساده استفاده می‌شود.

$$\Delta f_{fr} = f_o(Kl + \mu\alpha)$$

$$A_{ps} = ۲۵\left(۰/۱۵۱۶۱\right) = ۱۲/۹\ \ cm^۲$$

$$f_{pj} = \frac{۱۵۰ \times ۱۰^{۳}}{۱۲/۹} = ۱۱۶۲۸ \ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{fr} = (۱۱۶۲۸)(۰/۰۹۲۱) = ۱۰۷۱ \ kg/cm^{۲}$$

اتلاف تنش به دست آمده برای کل طول کابل است. ابتدا اندرکنش اتلاف تنش‌ها در اثر لغزش کابل در گیره و اصطکاک بررسی می‌شود.

$$\beta = \frac{۱۰۷۱}{۱۵} = ۷۱/۴ \ kg/(cm^{۲} - m)$$

$$w = \sqrt{\frac{(۲/۵ \times ۱۰^{-۳})(۱/۹ \times ۱۰^{۶})}{۷۱/۴}} = ۸/۲ \ m > ۷/۵ \ m$$

بنابراین اثرات لغزش کابل در گیره به وسط دهانه می‌رسد.

تنش پیش‌تنیدگی اولیه در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی به دست می‌آید.

در محل جک:

$$f_{pi} = ۱۱۶۲۸ - ۳۱۷ = ۱۱۳۱۱ \ kg/cm^{۲}$$

درصد اتلاف تنش نسبت به تنش پیش‌تنیدگی جک به دست می‌آید.

$$\Delta f_i = \frac{۱۱۶۲۸ - ۱۱۳۱۱}{۱۱۶۲۸} \times ۱۰۰ = ٪۲/۷$$

وسط دهانه:

$$f_{pi} = ۱۱۶۲۸ - (۷۱/۴)(۷/۵) - ۲(۷۱/۴)(۸/۲ - ۷/۵)$$
$$= ۱۱۶۲۸ - ۵۳۶ - ۱۰۰$$
$$= ۱۰۹۹۲ \ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_i = \frac{۱۱۶۲۸ - ۱۰۹۹۲}{۱۱۶۲۸} \times ۱۰۰ = ٪۵/۵$$

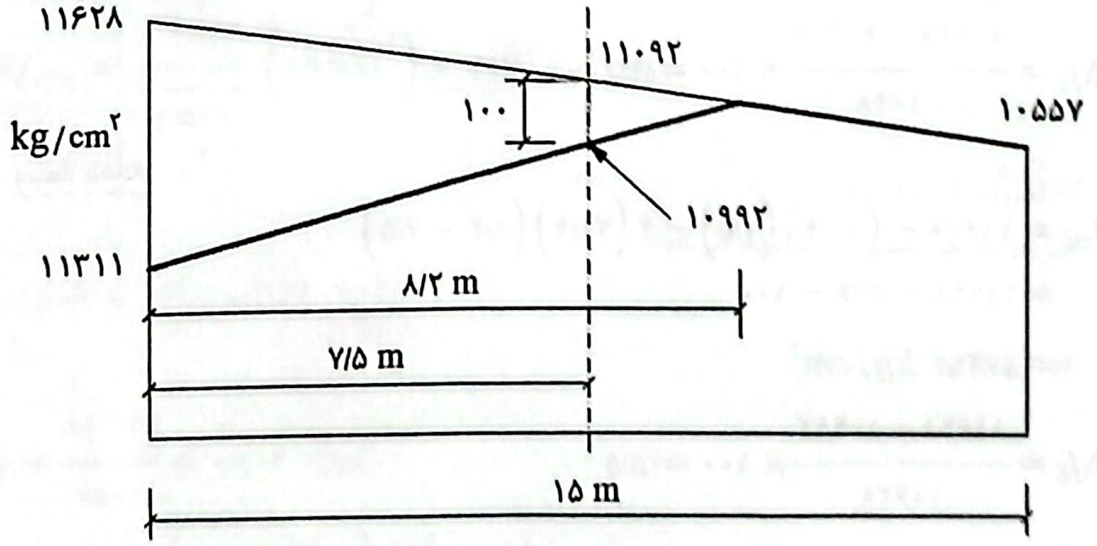
گیره انتهایی:

$$f_{pi} = ۱۱۶۲۸ - (۷۱/۴)(۱۵)$$
$$= ۱۱۶۲۸ - ۱۰۷۱$$
$$= ۱۰۵۵۷ \ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_i = \frac{۱۱۶۲۸ - ۱۰۵۵۷}{۱۱۶۲۸} \times ۱۰۰ = ٪۹/۲$$

جدول اتلاف تنش‌های اولیه و نمودار اندرکنش اتلاف تنش‌ها در اثر لغزش کابل در گیره و اصطکاک در زیر ارائه شده است.

| موقعیت | اتلاف تنش‌های کوتاه مدت $(kg/cm^2)$ | | | تنش پیش-تنیدگی اولیه $(kg/cm^2)$ | اتلاف تنش (٪) | نیروی پیش-تنیدگی اولیه $(t)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | لغزش کابل در گیره | تغییرشکل ارتجاعی | اصطکاک | | | |
| در محل جک | ۳۱۷ | ۰ | ۰ | ۱۱۳۱۱ | ۲/۷ | ۱۴۵/۹ |
| وسط دهانه | ۱۰۰ | ۰ | ۵۳۶ | ۱۰۹۹۲ | ۵/۵ | ۱۴۱/۸ |
| گیره انتهایی | ۰ | ۰ | ۱۰۷۱ | ۱۰۵۵۷ | ۹/۲ | ۱۳۶/۲ |




**اتلاف تنش‌های بلند مدت:**

۱) خزش بتن

$$E_c = ۱۵۱۰۰\sqrt{۳۵۰} = ۲/۸۳ \times ۱۰^5\ kg/cm^2$$

$$n_p = \frac{۱/۹ \times ۱۰^{۶}}{۲/۸۳ \times ۱۰^{۵}} = ۶/۷$$

در محل جک:

$$P = ۰/۹\left(۱۴۵/۹\right) = ۱۳۱/۳\ t$$

$$f_{ce} = \frac{۱۳۱۳۰۰}{۳۷۸۰} = ۳۴/۷\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{cr} = \left(۲/۳۵\right)\left(۶/۷\right)\left(۳۴/۷\right) = ۵۴۶\ kg/cm^{۲}$$

وسط دهانه:

$$P = ۰/۹\left(۱۴۱/۸\right) = ۱۲۷/۶\ t$$

$$w_o = \frac{۳۷۸۰}{۱۰۰۰۰}\left(۲/۴\right) = ۰/۹۱\ t/m$$

$$M_s = \frac{\left(۰/۹۱ + ۰/۱۵ + ۰/۳\right)\left(۱۵\right)^{۲}}{۸} = ۳۸/۳\ t.m$$

$$f_{ce} = \frac{۱۲۷۶۰۰}{۳۷۸۰} + \frac{\left(۱۲۷۶۰۰\right)\left(۴۰\right)^{۲}}{۱۴۱۱۲۴۴} - \frac{\left(۳۸/۳ \times ۱۰^{۵}\right)\left(۴۰\right)}{۱۴۱۱۲۴۴} = ۶۹/۹\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{cr} = \left(۲/۳۵\right)\left(۶/۷\right)\left(۶۹/۹\right) = ۱۱۰۱\ kg/cm^{۲}$$

گیره انتهایی:

$$P = ۰/۹\left(۱۳۶/۲\right) = ۱۲۲/۶\ t$$

$$f_{ce} = \frac{۱۲۲۶۰۰}{۳۷۸۰} = ۳۴/۶\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{cr} = \left(۲/۳۵\right)\left(۶/۷\right)\left(۳۲/۴\right) = ۵۱۰\ kg/cm^{۲}$$

۲) جمع‌شدگی بتن

با توجه به اعمال نیروی پیش‌تنیدگی ۲۸ روز پس از گیرش بتن، بخش عمده‌ای از تغییرشکل در اثر جمع‌شدگی بتن قبل از اعمال نیروی پیش‌تنیدگی به وقوع خواهد پیوست و لازم است کرنش باقیمانده در محاسبه اتلاف تنش در نظر گرفته شود.

$$\epsilon_{sh} = \frac{۲۸}{۳۵+۲۸}\left(۸۰۰ \times ۱۰^{-۶}\right) = ۳۵۶ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\epsilon_{sh,net} = \left(۸۰۰ - ۳۵۶\right) \times ۱۰^{-۶} = ۴۴۴ \times ۱۰^{-۶}$$

$$\Delta f_{sh} = \left(۱/۹ \times ۱۰^{۶}\right)\left(۴۴۴ \times ۱۰^{-۶}\right) = ۸۴۴\ kg/cm^{۲}$$

۳) سستی فولاد

در محل جک:

$$f_{po} = ۰/۹\left(۱۱۳۱۱\right) = ۱۰۱۸۰\ kg/cm^{۲}$$

حداکثر اتلاف تنش در اثر سستی فولاد پس از ۵ سال به دست می‌آید.

$$t = \left(۵\right)\left(۳۶۵\right)\left(۲۴\right) = ۴۳۸۰۰\ hr$$

$$\Delta f_{rel} = \left(۱۰۱۸۰\right)\frac{log\left(۴۳۸۰۰\right)}{۱۰}\left(\frac{۱۰۱۸۰}{۱۴۹۰۰} - ۰/۵۵\right) = ۶۳۰\ kg/cm^{۲}$$

وسط دهانه:

$$f_{po} = ۰/۹\left(۱۰۹۹۲\right) = ۹۸۹۳\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{rel} = \left(۹۸۹۳\right)\frac{log\left(۴۳۸۰۰\right)}{۱۰}\left(\frac{۹۸۹۳}{۱۴۹۰۰} - ۰/۵۵\right) = ۵۲۲\ kg/cm^{۲}$$

گیره انتهایی:

$$f_{po} = ۰/۹\left(۱۰۵۵۷\right) = ۹۵۰۱\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{rel} = \left(۹۵۰۱\right)\frac{log\left(۴۳۸۰۰\right)}{۱۰}\left(\frac{۹۵۰۱}{۱۴۹۰۰} - ۰/۵۵\right) = ۳۸۷\ kg/cm^{۲}$$

تنش پیش‌تنیدگی موثر و درصد اتلاف تنش نسبت به تنش پیش‌تنیدگی اولیه در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی به دست می‌آید.

در محل جک:

$$f_{pe} = ۱۱۳۱۱ - ۵۴۶ - ۸۴۴ - ۶۳۰ = ۹۲۹۱\ kg/cm^{۲}$$

$$\Delta f_{e} = \frac{۱۱۳۱۱ - ۹۲۹۱}{۱۱۳۱۱} \times ۱۰۰ = ٪۱۷/۹$$

وسط دهانه:

$$f_{pe} = ۱۰۹۹۲ - ۱۱۰۱ - ۸۴۴ - ۵۲۳ = ۸۵۲۴ \ kg/cm^۲$$

$$\Delta f_e = \frac{۱۰۹۹۲ - ۸۵۲۴}{۱۰۹۹۲} \times ۱۰۰ = ٪۲۲/۵$$

گیره انتهایی:

$$f_{pe} = ۱۰۵۵۷ - ۵۱۰ - ۸۴۴ - ۳۸۷ = ۸۸۱۶ \ kg/cm^۲$$

$$\Delta f_e = \frac{۱۰۵۵۷ - ۸۸۱۶}{۱۰۵۵۷} \times ۱۰۰ = ٪۱۶/۵$$

اتلاف تنش‌های بلند مدت و نیروهای پیش‌تنیدگی موثر در محل جک، وسط دهانه و گیره انتهایی در جدول زیر ارائه شده است.

| موقعیت | اتلاف تنش‌های بلند مدت $(kg/cm^۲)$ | | | تنش پیش-تنیدگی موثر $(kg/cm^۲)$ | اتلاف تنش (٪) | نیروی پیش-تنیدگی موثر $(t)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | خزش بتن | جمع-شدگی بتن | سستی فولاد | | | |
| در محل جک | ۵۴۶ | ۸۴۴ | ۶۳۰ | ۹۲۹۱ | ۱۷/۹ | ۱۱۹/۹ |
| وسط دهانه | ۱۱۰۱ | ۸۴۴ | ۵۲۳ | ۸۵۲۴ | ۲۲/۵ | ۱۱۰/۰ |
| گیره انتهایی | ۵۱۰ | ۸۴۴ | ۳۸۷ | ۸۸۱۶ | ۱۶/۵ | ۱۱۳/۷ |

ملاحظه می‌شود که در مجموع حدود ۲۵٪ تنش پیش‌تنیدگی جک تلف می‌شود.

مثال 4-1: مثال 2-2 را با این فرض که مقطع طراحی نشده است مورد بررسی قرار دهید و با مقطع موجود مقایسه کنید

ابتدا لازم است وزن تیر محاسبه شود. وزن تیر همان مقدار مثال 2-2 فرض می‌شود. ($A_c$)

$$W_0 = \frac{3780}{10000} * 2.4 = 0.91\ t/m$$

$$M_0 = \frac{0.91 * 15^2}{8} = 25.6\ t.m \quad (L)$$

$$M_d = \frac{0.15 * 15^2}{8} = 4.22\ t.m \quad (Dead)$$

$$M_L = \frac{0.6 * 15^2}{8} = 16.88\ t.m \quad (Live)$$

$$M_S = 25.6 + 4.22 + 0.5 * 16.88 = 38.26\ t.m$$

(لنگر ناشی از بار دائمی)

$$M_t = 25.6 + 4.22 + 16.88 = 46.7\ t.m$$

$f_{tic} = 0.8\sqrt{350} = 150\ kg/cm^2$ تنش مجاز کششی بتن در حالت اولیه در دوسر تیر

$f_{cic} = -0.6 * 350 = -210\ kg/cm^2$ " " فشاری " " " "

$f_{tec} = 2\sqrt{350} = 37.4\ kg/cm^2$ " کششی " حالت موثر

تحت اثر بارهای دائمی

$f_{cec} = -0.45 * 350 = -157.5\ kg/cm^2$ تنش مجاز فشاری بتن در حالت موثر در وسط دهانه

تحت اثر کل بارهای وارده

$f_{cec} = -0.6 * 350 = -210\ kg/cm^2$

$R_p = \frac{110}{141.8} = 0.776$ ($P_e$ ؟ — $P_i$ — $R_p$ — نیروی پیش تنیدگی موثر)

تحت اثر بارهای دائمی

$$S_t \geq \frac{(1-0.776)(25.6) + 4.22 + (0.5)(16.88)}{(0.776)(15) - (-157.5)} * 10^5 = \frac{18.39 * 10^5}{169.14} \Rightarrow S_t \geq 10873\ cm^3$$

($M_0$ — $M_d$ — $R_m$ — $M_L$ — $f_{cec}$)

(اساس مقطع)

$$S_b \geq \frac{18.39 * 10^5}{37.4 - (0.776)(-210)} \Rightarrow S_b \geq 9179\ cm^3$$

($f_{tic}$ — $f_{tec}$ — $f_{cec}$)

$$S_t \geq \frac{(1-0.776)(256)+4.22+16.82}{0.776*15-(-210)} *10^5$$

$$S_t \geq 12105 cm^3$$

$$S_b \geq \frac{26.83*10^5}{37.1-(0.776)(-210)} \rightarrow S_b \geq 13391 cm^3$$

$$S_t = \frac{971765}{25.45} = 38183 cm^3 > 12105 cm^3 \quad , S_b = \frac{971765}{49.55} = 21813 cm^3 > 13391 cm^3$$

O.K

$$r^2 = \frac{971765}{2075} = 463.3 cm^2$$

$$e = 30.35 cm > \frac{463.3}{25.45} = 18.2 cm$$

$$P_i \leq \frac{15+\frac{25.6*10^5}{38183}}{\left(\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{38183}\right)} = 26218.6 kg \quad P_i \leq 26.2t$$

$$P_i \leq \frac{210+\frac{256*10^5}{21813}}{\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{21813}} = 17975.1 kg \quad P_i \leq 179.8t$$

ادامه مثال (1-4)

تحت بارهای دائمی:

$$P_i \geq \frac{-157.5 + \frac{38.26\times10^5}{38183}}{0.776\left(-\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{38183}\right)} = -235958\ kg \qquad P_i \geq -236\ ton$$

$$P_i \geq \frac{-37.4 + \frac{38.26\times10^5}{21813}}{0.776\left(\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{21813}\right)} = 94931\ kg \qquad P_i \geq 94.9\ ton$$

تحت کل بارهای وارده:

$$P_i \geq \frac{-210 + \frac{46.7\times10^5}{38183}}{0.776\left(-\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{38183}\right)} = -361131\ kg \qquad P_i \geq -361.1\ ton$$

$$P_i \geq \frac{-37.4 + \frac{46.7\times10^5}{21813}}{0.776\left(\frac{1}{2075}+\frac{30.35}{21813}\right)} = 121548\ kg \qquad P_i \geq 121.6\ ton$$

محدوده نیروی پیش تنیدگی بدین صورت نتیجه می‌شود:

$$174.8t \geq P_i \geq 121.6\ ton$$

مشاهده می‌شود که پیش تنیدگی اولیه در روش دهانه مثال (2-2) $P_i = 141.8t$ است، که در محدوده فوق قرار دارد.

مقدار فولاد پیش تنیدگی طوری تعیین می‌گردد که مقطع از مقاومت خمشی نهایی هم‌ارز برخوردار باشد.

ابتدا حداقل فولاد پیش تنیدگی مورد نیاز براساس مندوی پیش تنیدگی جک در موقعیت جک (Pj = 150t) مدنظر قرار می‌گیرد. سطح مقطع فولاد پیش تنیدگی مورد نیاز با فرض Gr250 محاسبه می‌شود.

$$0.94 f_{py} = 0.94(14900) = 14006 \ kg/cm^2$$

$$0.8 f_{pu} = 0.8(17500) = \underline{14000} \ kg/cm^2$$

$$A_{ps} = \frac{P_j}{0.8 f_{pu}} = \frac{150 \times 10^3}{0.8 \times 17500} = 10.71 \ cm^2$$

حال تعداد استرندها با فرض رشته شده به قطر 0.375in (A = 0.5161 cm²) محاسبه می‌شود

$$n = \frac{10.71}{0.5161} = 21 \qquad A_{ps} = (21)(0.5161) = 10.84 \ cm^2$$

پس ابتدا مقاومت خمشی با 21 استرند مورد بررسی قرار می‌گیرد. صانع مقاومت خمشی مقطع هم‌ارز نباشد، می‌توان مقدار فولاد پیش تنیدگی را افزایش داد. مقاومت خمشی این مقطع در حال (4-3) با 25 استرند مورد بررسی قرار گرفته که هم‌ارز است.

تنش کششی در موقعیت تیره کابل پیش تنیدگی انحنای پس کشیده تحت اثر مندوی پیش تنیدگی اولیه ($P_i = 136.2t$) نباید مورد بررسی قرار گیرد.

$$f_{pi} = \frac{136200}{10.84} = 12565 \ kg/cm^2 > 0.7(17500) = 12250 \ kg/cm^2$$

مقطع هم‌ارز نمی‌باشد و باید تعداد استرندها را از 21 افزایش داد.